**Понятие логарифма - Показательная и логарифмическая функции**

*Цель*: рассмотреть понятие логарифма и простейшие свойства логарифмов.

*Ход урока*

*I. Сообщение темы и цели урока*

*II. Повторение и закрепление пройденного материала*

1. Ответы на вопросы по домашнему заданию (разбор нерешенных задач).

2. Контроль усвоения материала (самостоятельная работа).

*Вариант 1*

1. Решите уравнение

2. Решите неравенство

3. Решите систему уравнений

*Вариант 2*

1. Решите уравнение

2. Решите неравенство

3. Решите систему уравнений

*III. Изучение нового материала*

*Логарифм числа*

Понятие логарифма числа связано с решением показательных уравнений.

*Пример 1*

Остановимся на решении двух показательных уравнений. Решение уравнения 2

х = 64 труда не вызывает. Так как 64 = 26, то данное уравнение принимает вид: 2х = 26. Поэтому уравнение имеет единственное решение х = 6.

Теперь рассмотрим аналогичное уравнение 2х = 63. По теореме о корне это уравнение также имеет единственное решение. Однако в отличие от предыдущего уравнения это решение является иррациональным числом. Докажем это от противного. Предположим, что корень данного уравнения является числом рациональным, т. е.  (где m и n - натуральные числа). Тогда выполняется равенство  или 2m = 63n. Но 2 в любой натуральной степени будет числом четным, а 63 в любой натуральной степени - числом нечетным. Получаем противоречие, которое и доказывает, что корень данного уравнения - число иррациональное.

Поэтому для обозначения такого корня приходится вводить новое понятие и новый символ - логарифм. Чуть забегая вперед, скажем, что корень уравнения 2х = 63 обозначается символом х = log2 63.

Остановимся теперь на понятии логарифма числа. Очень часто приходится решать задачу: известно, что ax = b (а > 0, а ≠ 1, b > 0); необходимо найти показатель степени х, т. е. решать задачу, *обратную* возведению числа в степень. При нахождении этого показателя степени х и возникает *понятие логарифма числа b по основанию а* (х = loga b). Дадим теперь точное определение.

*Определение. Логарифмом числа b (b > 0) по основанию а (а > 0, а ≠ 1) называется показатель степени, в которую надо возвести основание а, чтобы получить число b. Это число обозначается символом loga b (т. е. по определению ).*

*Пример 2*

a)  так как

б)  так как

в)  так как

г) loga 1 = 0 (a > 0, а ≠ 1), так как a0 = 1;

д) loga а = 1 (а > 0, а ≠ 1), так как а1 = а;

е)  - не определены.

*Пример 3*

Вычислим:

а) Пусть данный логарифм равен х. Тогда по определению логарифма имеем показательное уравнение  или  откуда  Итак,

б) Обозначим данный логарифм буквой х. Тогда по определению логарифма получаем показательное уравнение  или  или  откуда  Итак,

*Пример 4*

Решим уравнение:

а) По определению логарифма получаем квадратное уравнение  или х2 + х – 2 = 0, которое имеет два корня: x1 = 1 и х2 = -2.

б) Используя определение логарифма, имеем уравнение (х - 2)2 = 25. Так как х – 2 > 0 и х – 2 ≠ 1, то получаем линейное уравнение х - 2 = 5, откуда х = 7.

*Простейшие свойства логарифмов*

Из определения логарифма следуют четыре его простейших свойства (докажите самостоятельно):

*Пример 5*

Вычислим:

а) Перейдем к рациональным показателям степени и запишем логарифмируемое выражение в виде степени числа а. Получаем:  Тогда по свойству 1 имеем: logaa = 1.

б) Используем формулу приведения  и учтем, что tg45° = 1. Тогда логарифмируемое выражение равно  Поэтому по свойству 2 получаем: loga1 = 0.

в) Запишем логарифмируемую величину 10 - 4√6 в виде степени основания √6 - 2 логарифма. Получаем:  Тогда по свойству 3 имеем:

г) Запишем основание степени 1/3 в виде 3-1 и учтем свойства степеней. Используя свойство 4, получим:

Заметим, что операцию нахождения логарифма числа называют *логарифмированием*. Операция логарифмирования и возведения в степень с соответствующим основанием *взаимообратны* по отношению друг к другу, т. к. logab = с и ac = b - одна и та же зависимость между числами а, b и с. Например, сравните записи log264 = 6 и 26 = 64.

Отметим, что логарифмы с двумя основаниями носят специальные названия и имеют специальные обозначения. Логарифм по основанию 10 называют *десятичным логарифмом* и обозначают символом lg (т. е. log10b = lgb). Логарифм по основанию е (е ≈ 2,718...) называют

*натуральным логарифмом* и обозначают символом ln (v. е. logеb = lnb).

*IV. Контрольные вопросы*

1. Дайте определение логарифма числа b по основанию а.

2. Приведите и докажите простейшие свойства логарифмов.

3. Как соотносятся операции логарифмирования и возведения в степень?

4. Два особых вида и обозначения логарифмов.

*V. Задание на уроке*

§ 41, № 2 (а, б); 4 (в, г); 5 (а, в); 6 (б); 8 (а, б); 9 (в); 12 (а, в); 3 (а, б); 16 (б, г); 17 (а); 18 (а, б); 19 (в, г).

*VI. Задание на дом*

§ 41, № 2 (в, г); 4 (а, б); 5 (б, г); 6 (в); 8 (в, г); 9 (а); 12 (б, г); 13 (в, г); 16 (а, в); 17 (б); 18 (в, г); 19 (а, б).

*VII. Подведение итогов урока*